

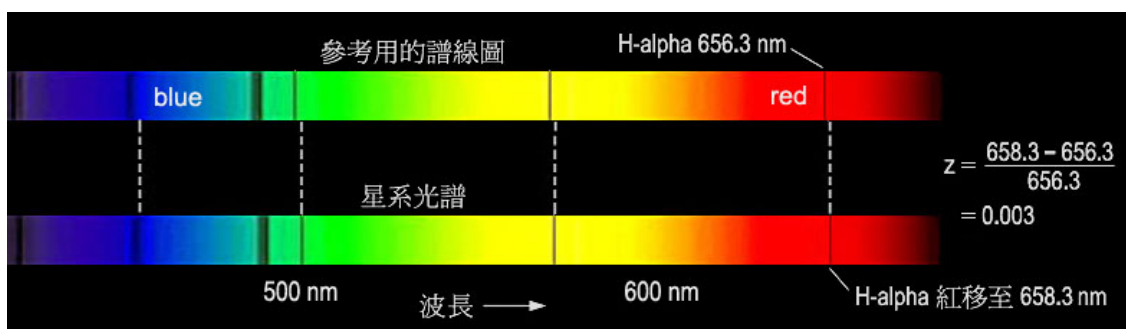
宇宙膨脹

(稿源：義工天文培訓班 --- 第 15 講)

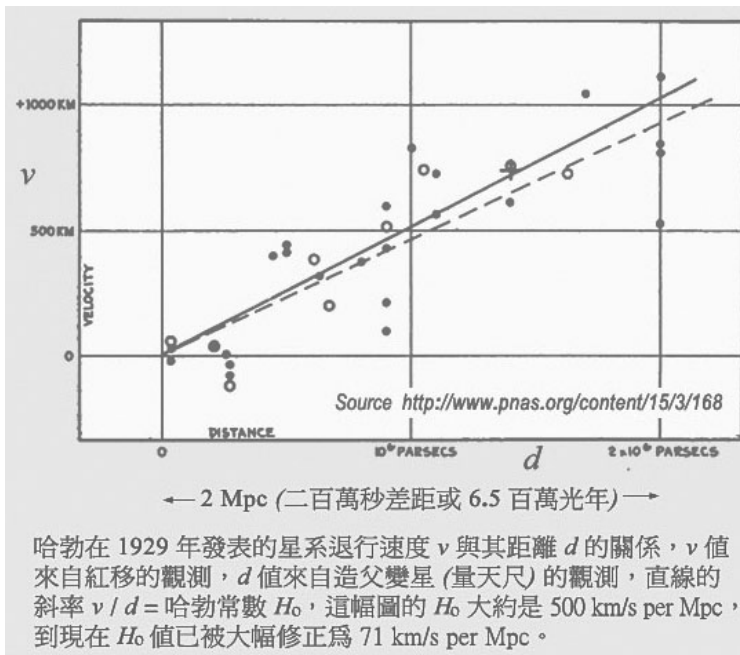
紅移與哈勃定律

現代宇宙論始於“紅移”(redshift) 的概念，當星系以速度 v 退行時，它的譜線一律移向光譜的紅端，紅移的範圍叫 z ，根據多普勒效應， $z = v/c$ 。

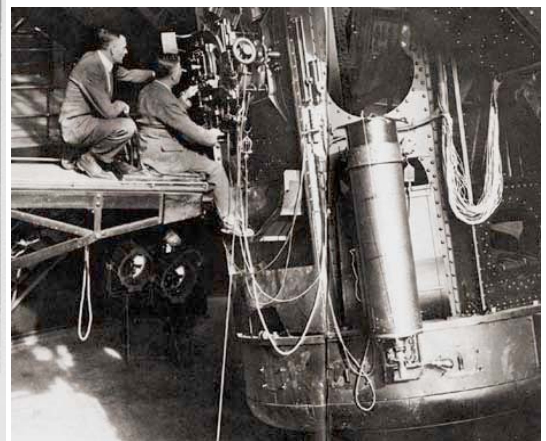
例一 測得某星系的 $z = 0.003$ ，它的退行速度 $v = z c = 0.003 c = 900 \text{ km/s}$ ，原本是波長 656.3 nm 的 H-alpha 譜線紅移到 658.3 nm 的新位置，即是波長伸展了 0.3% 。



哈勃是最早研究星系紅移的天文學家，他使用威爾遜山天文台的 100 吋反射鏡觀測幾十個星系，發覺絕大多數都有紅移現象，不單如此，星系越遠，紅移越大，表示星系的退行速度也越快。哈勃認為紅移是宇宙膨脹的象徵，結果在 1929 年發表 (下圖)：



哈勃與威爾遜山天文台的 100 吋鏡

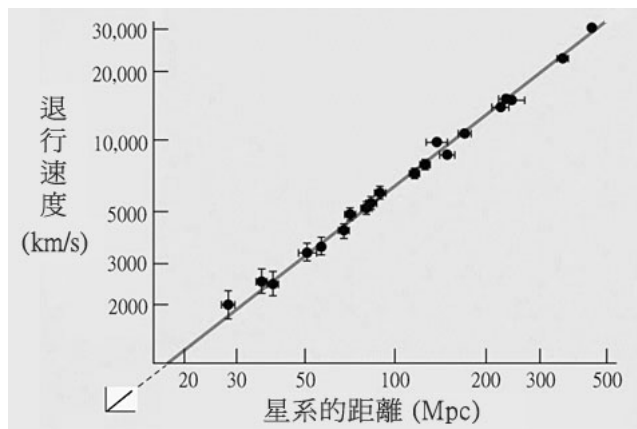


Edwin Hubble (sitting) and the British physicist James Jeans at the side of the 100-inch Hooker telescope on Mount Wilson. In 1920s, Hubble used this telescope to discover the general expansion of the universe.

粗略地看， v 與 d 成正比，反影宇宙的空間正在膨脹中，直線的斜率 (v/d) 叫哈勃常數 H_0 ，它就是宇宙膨脹速率的指標。限於當時的技術水平，1929 年哈勃圖的測量範圍很小 (d 不大過 2 Mpc)，直線的斜率也不算明確，約為 500 km/s per Mpc ，比現代 H_0 值大 7 倍！

儘管如此，哈勃是第一個從觀測證實宇宙膨脹的人，其結果影響深遠，原有的公式 $v = H_0 d$ 被尊為哈勃定律 (Hubble law)，因宇宙膨脹而引起的星系退行亦叫“哈勃流”(Hubble flow)。

目前紅移的觀測範圍已大大超越哈勃年代， H_0 值也測定在 71 km/s per Mpc 左右。



← 1990 年代的星系退行速度 - 距離圖，測量範圍擴展至 500 Mpc (16 億光年) 以外，在左下角的小方圖象徵哈勃觀測的範圍。

紅移的種類

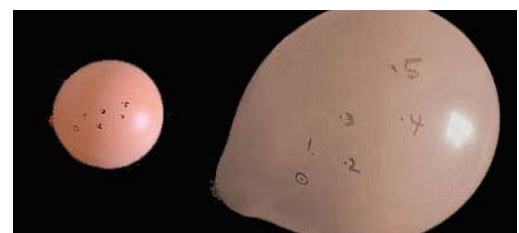
說到這裡，我們先要弄清楚紅移的種類。紅移有三種：引力紅移 (gravitational redshift)、多普勒紅移 (Doppler redshift) 和宇宙學紅移 (cosmological redshift)。

- 引力紅移 --- 這一種在前講義《相對論的應用》談過了，它和宇宙膨脹無關。
- 多普勒紅移 --- 它來自星體本身的運動，星光紅移像火車疾走時的多普勒效應，故名。

例二 A 星以 90 km/s 遠離地球，它的多普勒紅移 $z = v/c = 90/300,000 = 0.0003$ 。

例三 B 星以 90 km/s 走近地球，它的多普勒紅移 $z = v/c = (-90)/300,000 = -0.0003$ 。(遠離地球的速度為正，走近地球的速度為負，負 z 表示藍移。)

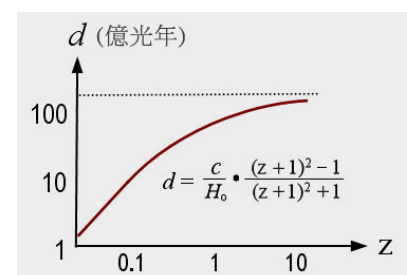
- 宇宙學紅移 --- 這種紅移並非來自星體的自行，它完全是由宇宙膨脹帶動的。借用一個比喻：宇宙像氣球，球面上畫了幾個黑點象徵星系，當氣球膨脹時，黑點本身沒有在球面移動過，但黑點之間的距離卻擴大了。真正的星系也一樣，宇宙膨脹使星系相隔越來越遠，同時也把星光的波長拉長導致紅移現象，不過遙遠星系的退行速度十分大，甚至達到光速，因此我們需要借助相對論把紅移公式修正：



左：以氣球比喻宇宙，球面的黑點比喻星系。右：氣球膨脹時，黑點(星系)本身沒有移動過，但黑點之間的距離擴大了。

$$\text{宇宙學紅移 } z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \quad \text{或} \quad v = c \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

$$\text{根據哈勃定律，星系的距離 } d = v/H_0 = \frac{c}{H_0} \cdot \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$



① 公式來源 http://www.alanchuhk.com/Redshift_RelativisticVelocity_formula.jpg

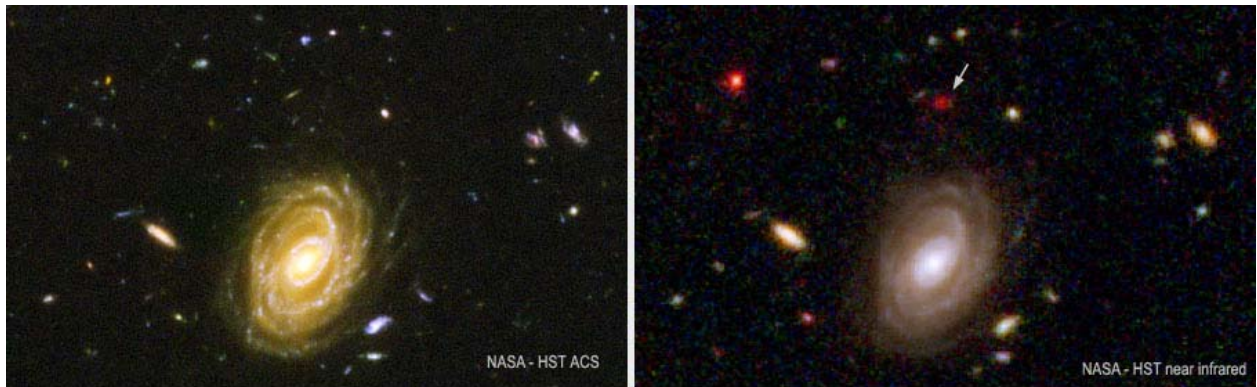
例四 3C273 類星體的 $z = 0.159$ ，

它的退行速度 $v = c [(0.159 + 1)^2 - 1] / [(0.159 + 1)^2 + 1] = 0.146 c = 43800 \text{ km/s}$
它的距離 $d = v / H_0 = 43800 / 71 = 617 \text{ Mpc}$ 或 20 億光年 (1 Mpc = 3.26 百萬光年)

或許你會問，怎樣分辨出星系的紅移是宇宙學紅移還是多普勒紅移呢？一般來說，觀測到的 z 都有宇宙學紅移和多普勒紅移兩種成份，關鍵是誰多誰少。對於遙遠的星系 (1 億光年外)，宇宙膨脹帶來的退行速度遠遠大過星系本身的自行， z 值基本上都是宇宙學紅移。至於鄰近的星系，兩種紅移可能混淆不清，不過 z 值小 (< 0.005)，它們都不是宇宙學的研究對象。

例五 仙女座 M31 星系距離地球 250 萬光年，觀測到的 $z = -0.001$ (藍移，相應速度 $v = -300 \text{ km/s}$)，這個負 z 肯定是星系本身自行引起的多普勒紅移。

例六 大 z 一定是宇宙學紅移，表示星光已移離可見光波段之外，通常要靠紅外線技術才可察覺出來。至 2010 年初，已知最大的 z 達 8.55，相應的退行速度 $v = 0.978 c$ ，如果宇宙遵從哈勃定律以線性膨脹，該天體的距離便有 $0.978 c / H_0 = 134$ 億光年。



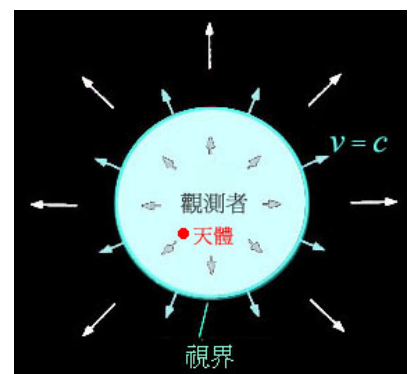
左：從 Hubble Ultra Deep Field 裁剪出來的部份天區照片 (參考 <http://www.cosmosportal.org/articles/view/135709/?topic=9652>)
右：用獨立近紅外線儀器拍攝的同天區照片，箭咀處是一個極遙遠的星系 (類星體)，紅移 $z \approx 4$ ，但它沒有在左圖顯示出來。

歷史回顧 上世紀中期，蘇聯提倡“光衰變”論與大爆炸論抗衡，前者認為紅移是星光衰變現象，不代表宇宙膨脹。這理論沒有觀測基礎，也不符合觀測結果，所以被主流否定了。

宇宙的視界

如果宇宙膨脹使星系一直退行直至 $v =$ 光速，這時星系的距離 $d = v / H_0 = c / H_0 = (300000 \text{ km/s}) / (71 \text{ km/s per Mpc}) = 4220 \text{ Mpc}$ 或 137 億光年

這個天文距離稱為“宇宙粒子視界” (有些人則叫“宇宙的光視界”或只叫“宇宙視界”...沒有一致稱呼)，在視界之內的任何天體都有機會觀測到，在視界之外的天體，如果存在的話，都以超光速退行，它們的光線永遠無法抵達地球，究竟視界之外是什麼模樣，恕難奉告。請留意超光速是形容天體因宇宙膨脹而得的退行速度，不是指它自行的運動速度，根據相對論，有質量天體的自行速度不會超越光速。

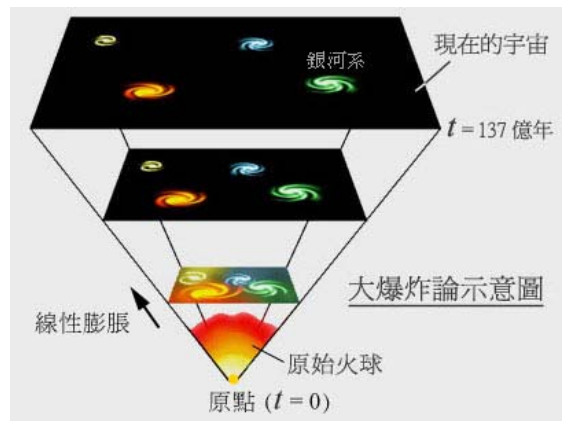


任何天體的退行速度在視界內都低於光速 c ，在視界處等於光速，在視界外超過光速。

宇宙的年齡、大爆炸論

由於宇宙中星系的退行速度依隨其距離而增加(哈勃定律)，只要我們來一個倒鏡，計算所有星系回到以前原點的時間，我們便可得出宇宙的年齡：

$$\begin{aligned}t_0 &= d / v && \text{[時間 = 距離 / 速度]} \\&= d / (d H_0) \\&= 1 / H_0 \\&= 1 / (71 \text{ km/s per Mpc}) \\&= 3.09 \times 10^{19} / 71 \text{ 秒} && \boxed{1 \text{ Mpc} = 3.09 \times 10^{19} \text{ km}} \\&= 137 \text{ 億年}\end{aligned}$$



換句話說，**如果宇宙以線性膨脹，它應在 $1/H_0$ 年前誕生**，它由一個密度奇大的原點開始(正式叫奇點 singularity)，137 億年後宇宙已膨脹到現時的規模，這個理論超乎日常生活的印象，但由於內容符合許多觀測結果，它已發展成一個主流的宇宙演化理論，英國天文學家 Fred Hoyle 戲稱它為 *The Big Bang*，中譯“大爆炸論”。

大爆炸論開始於哈勃的年代，最初許多人都不接受，包括愛因斯坦。其實愛因斯坦在寫下他的廣義相對論方程式後，發現方程式所描述的宇宙，不是在膨脹就是在收縮，但他相信宇宙是靜態不變的，因此在方程式中他刻意加插一項“宇宙常數”(cosmological constant Λ)來迫使宇宙維持靜態，既不膨脹也不收縮，“宇宙常數”相當於一種能夠協調宇宙膨脹與收縮的黑暗力量，把它加入方程式後，在相對論的宇宙模式就和當代人的靜態宇宙觀一致。

然而在 1929 年，哈勃發表他的研究結果 --- 宇宙不是靜態的，是正在膨脹的，這個發現與愛因斯坦心中的靜態宇宙相反，為此愛因斯坦造訪在威爾遜山天文台的哈勃，附照記錄了兩人相遇之際：愛因斯坦乖乖地盯著望遠鏡的目鏡，哈勃在旁得意地抽著煙斗。自此，愛因斯坦揚棄了自己過去信奉的靜態宇宙，並且把親手泡製的 Λ 扔入垃圾筒，後來談及此事，愛因斯坦認為加入宇宙常數是他一生中最大的失誤。②



愛因斯坦與哈勃 (攝於 1931 年威爾遜山天文台)

- ② 近年發現宇宙正在加速膨脹，於是宇宙學家又從垃圾筒把 Λ 拾回研究，請觀看記錄片 *Einstein's Biggest Blunder* (DVD 50 min 或 http://v.youku.com:80/v_show/id_XODMyMzQ1NjQ.html)



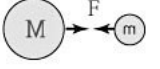
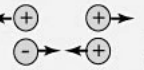

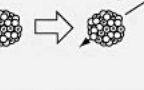
由大爆炸到宇宙背景輻射 Cosmic Background Radiation

1960 年以後，大爆炸論在粒子物理學的配合下逐漸發展起來，下表是它的簡略：

時期	時間 t	宇宙的溫度	事件
普朗克時期 (Planck era)	$0 \sim 10^{-43}$ 秒	?	宇宙從奇點開始膨脹，稱“大爆炸”(The Big Bang)，所有物理學定律並不適用於這段時期內。
大統一時期 (GUT era)	$10^{-43} \sim 10^{-35}$ 秒	$10^{32} \sim 10^{27}$ K	電磁力、強核力及弱核力統一 #
輻射時期 (radiation era)	10^{-35} 秒	10^{27} K	電磁力、強核力及弱核力開始分開為獨立的力，宇宙的演化由輻射主導
	$10^{-6} \sim 1$ 秒	10^{13} K	開始出現強子 (hadron) 包括質子、中子等
	$1 \sim 10^2$ 秒	10^{10} K	開始出現輕子 (lepton) 包括電子、中微子等
物質時期 (matter era)	$3 \sim 20$ 分鐘	$10^9 \sim 10^8$ K	氫核聚變形成氘核 (^2H)、氦核 (^4He)，以質量計氫佔 70% 以上，氦佔 25%。
	38 萬年 *	3000 K	輻射與物質分開 (退耦時期)，氫原子、氦原子開始形成。宇宙變得透明，半徑 \approx 現在的 $1/1100$ 。*
	4 億年	-	第一批的星系形成
	90 億年	-	太陽系形成
	137 億年 *	2.73 K	現在的宇宙

* 根據 WMAP 資料 http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/dr4/pub_papers/sevenyear/basic_results/wmap_7yr_basic_results.pdf

四大基本作用力 (Fundamental Interaction)

引力 Gravity  $F = G \frac{Mm}{d^2}$	強度比較 10^{-38}	作用範圍 ∞	四種力之中以引力最特別，強度較其他三種力小億億億倍！ 根據大統一理論 (Grand Unified Theory)，這三種力要到大爆炸後的 10^{-35} 秒才逐步分開。
電磁力 Electromagnetic force  同性相拒 異性相吸	10^{-2}	∞	
強核力 Strong nuclear force  質子和中子結成 原子核的短程力	1	10^{-15} m	
弱核力 Weak nuclear force  放射性原子核 或自由中子衰變的短程力	10^{-6}	10^{-18} m	

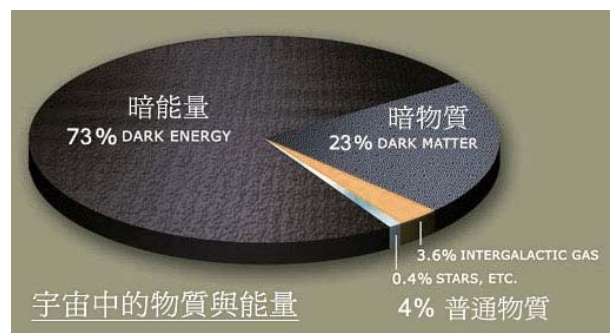
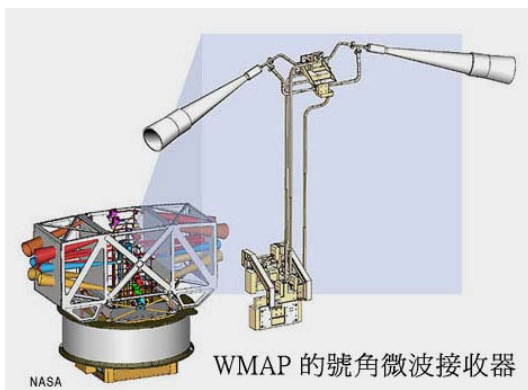
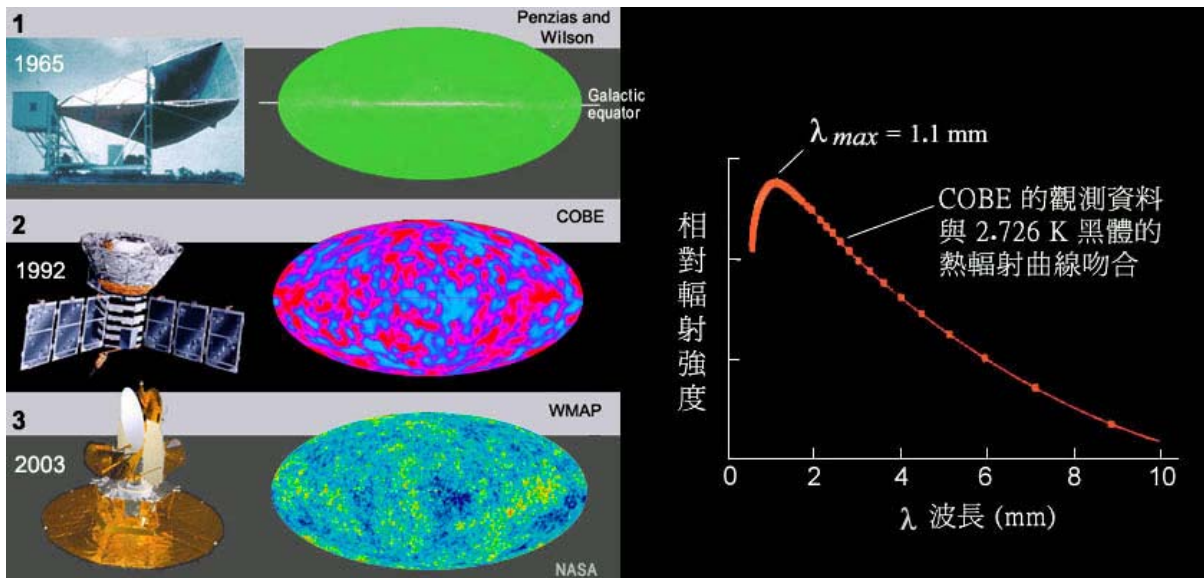
大爆炸論是一個有始有終的宇宙演化理論，“始”指大爆炸的一刻，是時間的開始，“終”指宇宙的可能結局。初步上我們可以這樣理解：大爆炸開始至 10^{-43} 秒這段所謂“普朗克時期”，已知的物理學定律並不適用，我們未能洞悉那時的宇宙狀況。 10^{-43} 秒至 10^{-35} 秒內，宇宙的巨大能量密度和溫度足把四大基本作用力中的電磁力、強核力和弱核力統一，但引力卻獨立存在，原因不詳。 10^{-35} 秒後溫度下降，電磁力、強核力和弱核力逐漸分開為獨自發展的力，這時宇宙像一個膨脹中的原始火球，它包含了我們所認識的一切質能，約三分鐘後，第一批輕元素 (原子核) 形成，以質量計氫佔 70% 以上，其次是氦，佔 25%。大爆炸後 38 萬年，宇宙冷卻至 3000 K，輻射 (光子) 與物質分開，空間變得透明，於是出現可見光，宇宙亦擴大至現時直徑的千份之一，此後各種星系、星體和我們的太陽系逐漸形成，到今天宇宙已冷卻至 2.73 K，稱宇宙背景輻射 CBR (cosmic background radiation)，它是現時太空中最冷的溫度。CBR 又稱 microwave background radiation，因為 2.73 K 相

當於黑體在此溫度發出的微波輻射 (前講義《星光的秘密》說的 Wien's law)。

CBR 是支持大爆炸論的最重要理據，從觀測證實 CBR 的兩人 (Penzias、Wilson) 因此獲得 1978 年諾貝爾物理學獎，不過他們發現 CBR 卻在 1965 年，下圖 1 展示當年兩人所用的巨型號角天線和接收到的全天背景微波圖。圖 2 是 1992 年 COBE 衛星 (Cosmic Background Explorer) 的全天探測結果，紅色代表最高的微波溫度，藍色代表最低的溫度，紅藍之差其實相當小，不足 0.01 K，不過 COBE 實在精密，連這樣微細的溫差也能夠分辨出來。整體而言，COBE 探得的宇宙背景輻射在 2.726 ± 0.003 K 之間，一年四季都是這個溫度，全天各個方向也是一樣 (術語叫“各向同性分佈” isotropic distribution)，更驚奇的是，這個結果精確地符合溫度為 2.726 K 的黑體輻射譜，至此天文學家不得不相信 CBR 是宇宙從 3000 K 冷卻後的殘餘溫度，參與 COBE 資料研究的三位科學家亦分享了 2006 年諾貝爾物理學獎。圖 3 是 2003 年 WMAP 衛星 (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) 取得的宇宙微波差異結果，精度比以前更高，WMAP 探得哈勃常數 $H_0 = 71$ km/s per Mpc，相應的宇宙年齡 137 億年；宇宙中普通物質佔 4%，暗物質佔 23%，暗能量佔 73%。③

③ 暗物質：一種從星系旋轉速率中推算出來的質量，但可能因為太暗淡仍未被發現，請參閱前講義《銀河系、星系、類星體》。

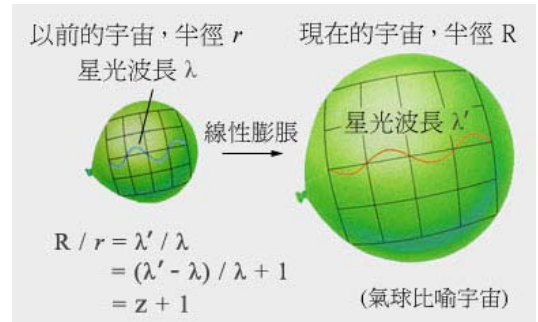
暗能量：一種假設的能量，我們從紅移觀測中感覺到它的存在，但至今仍未明白其本質，它似乎是一種反抗引力的能量 (負能量)，可以影響宇宙膨脹的快慢。如果暗能量不存在，宇宙以線性膨脹，如果暗能量存在，宇宙加速膨脹。



未來的宇宙

一個科學理論除了要解釋現有的現象之外，也要預測未來發展的路向。既然大爆炸論認為宇宙由膨脹開始，那麼將來的宇宙是否繼續膨脹還是反向收縮呢？為此宇宙學提出兩個概念：

(1) 紅移的含義 --- 星光紅移是宇宙膨脹的象徵，所以紅移亦是過去宇宙膨脹的指標，右圖解釋這點：例如觀測某類星體的紅移 $z = 2$ ，我們便知星光離開該類星體時的宇宙半徑比現在小 $(2 + 1) = 3$ 倍；測得 $z = 3$ ，那時的宇宙半徑比現在小 4 倍，餘此類推。



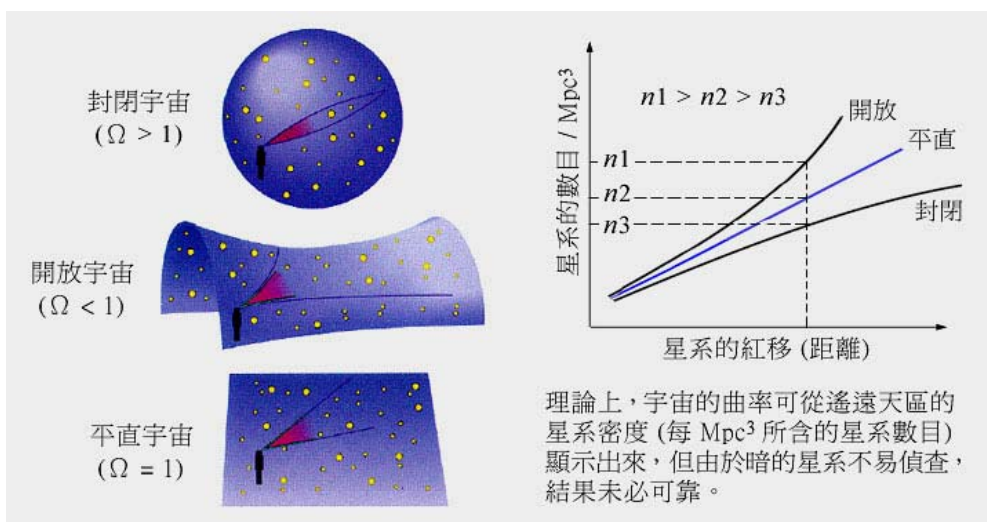
(2) 宇宙的密度參數 Ω --- 它的定義是

$$\Omega = \text{宇宙的密度 } \rho / \text{臨界密度 } \rho_c$$

ρ 指平均每立方米空間所含的質量和能量， ρ_c 指引力剛好制止空間膨脹所需的宇宙密度，我們可把 ρ 與 ρ_c 的關係比喻為人造衛星的發射條件：如果發射後衛星未達某個臨界速度，衛星會墜回地面；如果達到臨界速度，衛星可以環繞地球，更大的發射速度甚至令衛星逃離地球。

有了 Ω 定義之後，我們不妨假設未來的宇宙如下：

- 如果 $\Omega > 1$ (宇宙的密度大過臨界密度)，引力可以制止宇宙膨脹然後回向收縮。一個收縮空間的幾何特性像封閉的球體，球面是內彎或正曲率的，因此這個收縮中的宇宙稱為封閉宇宙 (closed universe)。
- 如果 $\Omega < 1$ ，引力便不足以制止宇宙膨脹，結果宇宙會繼續膨脹而不休止，空間的幾何特性像馬鞍，曲面是外彎或負曲率的，稱之為開放宇宙 (open universe)。
- 如果 $\Omega = 1$ ，星系仍然一直退行，但空間的幾何特性像平面，曲率是零，我們稱之為平直宇宙 (flat universe)。

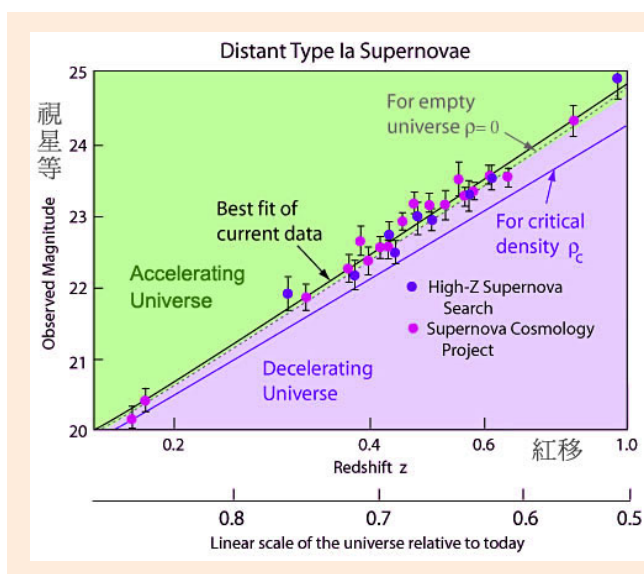
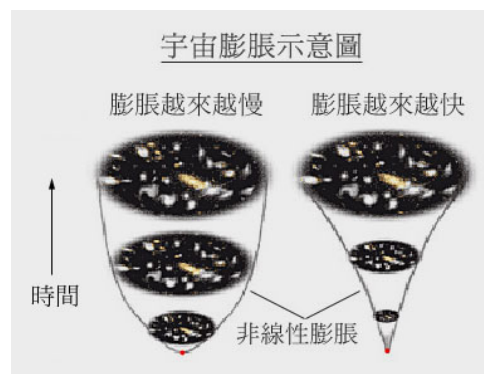
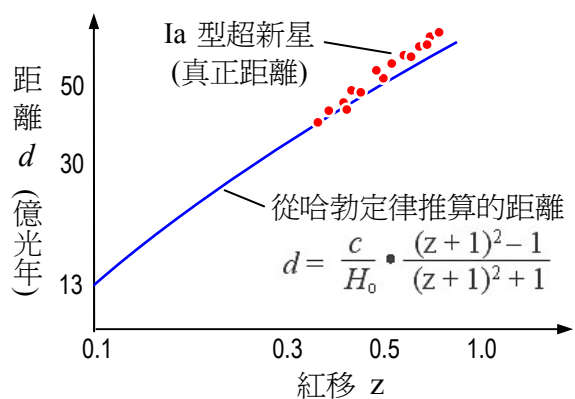


從 (1)、(2) 可見，以前宇宙的大小要靠紅移衡量，宇宙的將來則取決於它的實際密度與臨界密度的比例。臨界密度可以用理論計算出來，大約是 $0.95 \times 10^{-26} \text{ kg/m}^3$ 或每立方米有 6 個氫原子，但要量度宇宙的密度卻不容易，最大的障礙來自宇宙的暗物質和暗能量，我們仍然未能掌握它們的實數，上世紀猜估 $\Omega > 1$ (封閉宇宙)，本世紀從 WMAP 資料取得的 $\Omega = 1.0 \pm 0.02$ ，但這仍然是一個尷尬數值，在此誤差範圍內，我們分辨不出宇宙是封閉的，開放的還是平直的，我們只能說現在是一個接近平直的宇宙。

(參考 <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/astro/denpar.html>)

那麼，有沒有其他途徑追尋未來宇宙的去向呢？

有，初步線索來是 1990 年代後期發現的一批遙遠 Ia 型超新星。在前講義《星的演化》我們提及 Ia 型超新星是量天尺，它們的真正距離是知道的，只要我們找到真正距離與紅移的關係，我們便可以推敲宇宙的未來。下圖解釋這個關係 ----- 紅點代表 Ia 型超新星的紅移 - 真正距離數據，藍線代表從哈勃定律推算的距離，由於真正距離都比推算距離略大，表明宇宙正在加速膨脹中，這個發現是大爆炸論未曾預料過的，不過這只是初步結果，天文學家仍需努力找尋更多加速膨脹的證據。



← 從 High-Z Supernova Search 及 Supernova Cosmology Project 觀測計劃取得的典型資料，橫軸是紅移，縱是視星等 (所有 Ia 型超新星都有固定光度，它們的視星等就反映了真正的距離。)

<http://www.cfa.harvard.edu/supernova/HighZ.html>

<http://supernova.lbl.gov/>

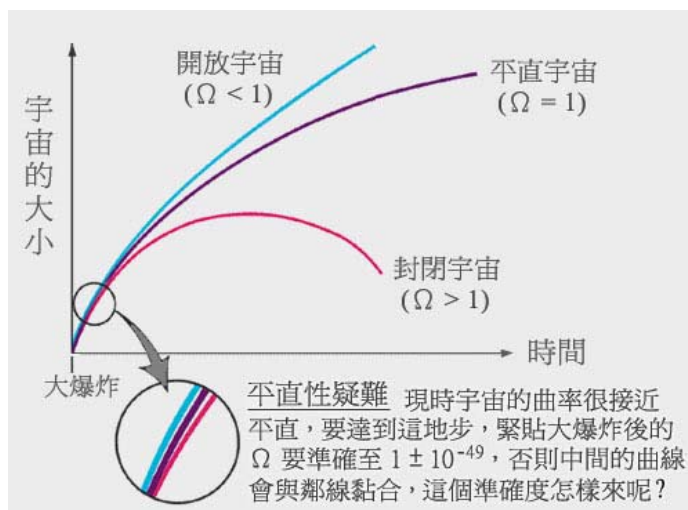
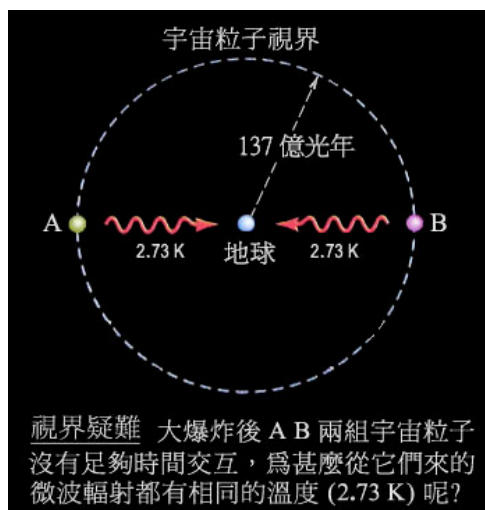
目前多數人傾向相信有“暗能量”令宇宙加速膨脹，上世紀認為的封閉宇宙不會出現。絕對平直的宇宙 (Ω 剛好等於 1) 更不會存在，因為空間要達到絕對平直幾乎不可行，就像把刨尖的鉛筆垂直倒立在桌面上那樣困難。



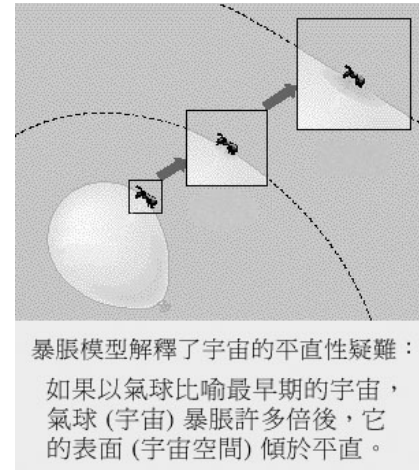
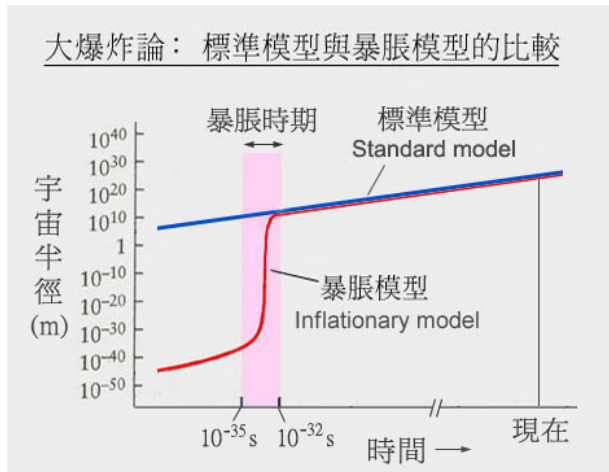
暴脹宇宙模型

雖然標準 (傳統的) 大爆炸模型廣為接受，理論仍存着幾個未能解釋的問題，特別是視界疑難 (horizon problem) 和平直性疑難 (flatness problem)。

- 視界疑難 --- 見下圖左，假設宇宙粒子視界上有 A、B 兩組宇宙粒子，它們相隔 274 億光年，依照標準理論，大爆炸之後的 10^{-43} 秒，A、B 已相隔米量級的距離，基本上兩者沒有足夠時間交互，照理它們應各自發展，經過百多億年後，從 A、B 方向來的微波溫度總應有點偏差，但結果卻出乎意外地一致 (大家都是 2.73 K)，它們怎能達到這樣一致的溫度平衡呢？
- 平直性疑難 --- 見下圖右，從觀測所得，宇宙的密度很接近臨界密度，即是 $\Omega \approx 1$ ，要達到現在 $\Omega \approx 1$ ，緊貼大爆炸後的 Ω 要準確至 1 ± 10^{-49} 才行，否則偏差會在膨脹中放大而令宇宙遠離平直性，究竟這個 $\pm 10^{-49}$ 的超級準確度是怎樣達成的？

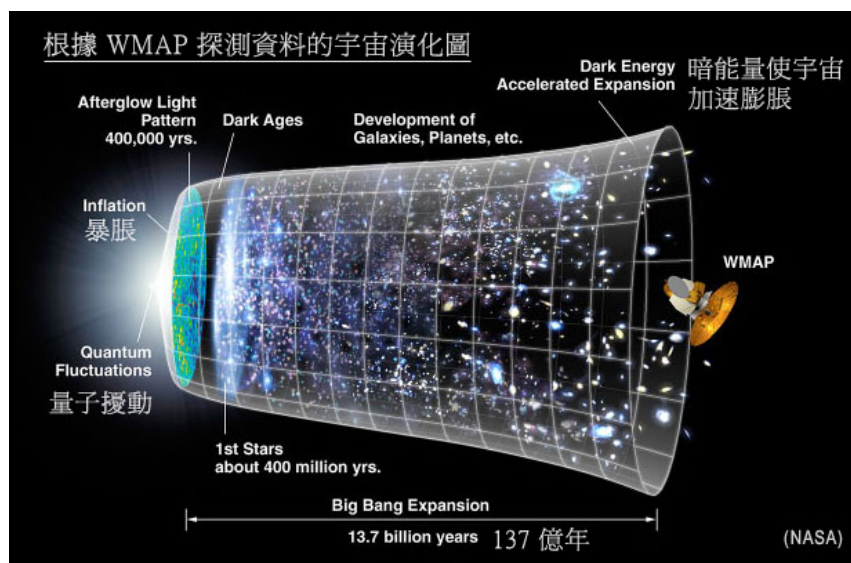


1981 年，古斯 (Alan Guth) 首先提出“暴脹”模型來修補標準理論的漏洞，他把大爆炸開始至 10^{-35} 秒之間的宇宙尺度大幅壓低至微觀的量子級，從 10^{-35} 秒開始至 10^{-32} 秒之前，宇宙發生相變釋放巨大的潛能，結果在這段期間內，宇宙暴脹了 10^{50} 倍，換句話說，在暴脹之前，宇宙比標準模型的尺度還要小得多，有足夠時間讓粒子交互達至均勻與各向同性 (homogeneous and isotropic)，因而不存在視界疑難，古斯同時消除了平直性疑難，因為 10^{50} 倍的暴脹使任何空間彎曲趨於平直，正如幻想一隻螞蟻在暴脹後的氣球上走動，它只會感到平直的表面。



除此之外，暴脹模型亦消除了其他疑難：

- 標準大爆炸論主張宇宙膨脹由無限大密度的奇點開始，在意識上是很難接受的，暴脹模型則以量子力學的不確定性 (uncertainty principle) 為基礎，也就是說，在極小的空間內隨時都有巨大正負能量或虛粒子產生，又會隨時消逝，因此宇宙學的“真空”並非空無一物而是量子 (原始粒子和能階) 出沒的場所，暴脹是這個“真空”內量子擾動 (quantum fluctuation) 的結果。



- 引力強度與宇宙膨脹的速率有關，當宇宙由暴脹終結回到平緩的膨脹時，引力強度的變化令物質和能量分佈不均，經過百多億年空間膨脹後成為今天 CBR 微細起伏的烙印，不均勻的區域就是超星系團的發源地。

- 大統一理論預言宇宙應有一定數量的磁單極子 (僅帶有 N 極或 S 極單一磁極的原始粒子)，實際上它們仍未被發現，那是因為宇宙暴脹把磁單極子的分佈密度大幅沖淡，可能相隔許多億光年才有一顆，所以未及發現。

但暴脹模型畢竟有其本身的缺陷，古斯後曾出現多個暴脹論版本 (參考網頁 [Inflation \(cosmology\) - Wikipedia, the free encyclopedia](#) Theoretical status)，有些學者甚至質疑暴脹的機制。近年發現越早誕生的類星體，其譜線的分佈越古怪，這是否意味大爆炸初期的光速比現在更快呢？若此點屬實，它將對我們認識的“物理常數”(光速 c 、引力常數 G 等) 帶來革命性的衝擊，前述的視界疑難也未必要靠暴脹模型來解決。回顧科學的發展，今日被大多數人或學術權威認為是正確的事，明日很可能會被新證據推翻，而新的理論會用全然不同的觀點來詮釋我們今日看到的現象。科學，不是樹立永恆的真理，是在不斷的摸索和錯誤中朝向真理邁進。

到此，主流的宇宙演化理論已簡單介紹過了，此外還有非主流的補充和反對理論，接受與否因人而異。

Q&A

1. 某星系紅移 $z = 0.5$ ，求它的退行速度和距離。
2. 如果 H_0 不是 71 km/s per Mpc 而是 65，求宇宙的年齡。
3. 在相對論中，宇宙常數 Λ 有什麼作用，為麼愛因斯坦最初引用 Λ 但後來又取消它？
4. 為什麼 CBR 又叫微波背景輻射？ 2.73 K 微波的相應峰值波長是多少？
5. 某類星體的紅移是 0.5，求星光離開類星體時的宇宙半徑。
6. 怎樣分辨宇宙是封閉、開放還是平直的？
7. 為什麼理論上的 $\Omega = 1$ (絕對平直的宇宙) 實際上極難出現？
8. 近年發現的遙遠 Ia 型超新星給我們那些重要的啓示？
9. 暗能量與暗物質有甚麼分別？
10. 何謂視界疑難、平直性疑難？
11. 你認為大爆炸論已經解決了宇宙起源及未來的問題嗎？
若否，現有那些主要問題仍待解決？
12. 為什麼類星體的紅移越大，表示它越早誕生？
13. 在第 4 頁卡通圖的“天秤”為什麼傾側至無質量的一邊？
14. 為什麼有些人說可以見到“超光速”的星系？ 😊

$$\begin{aligned}
 H_0 &= 71 \text{ km/s per Mpc} \\
 c &= 3 \times 10^5 \text{ km/s} \\
 1 \text{ Mpc} &= 3.26 \text{ 百萬光年} \\
 &= 3.09 \times 10^{19} \text{ km} \\
 1 \text{ 光年} &= 9.46 \times 10^{12} \text{ km}
 \end{aligned}$$

答案： (只提供計算的答案，其他答案應在講義中找到。)

1. $v/c = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} = [(0.5+1)^2 - 1] / [(0.5+1)^2 + 1] = 0.385 c$ ，
因此星系的退行速度 $v = 0.385 \times 300,000 \text{ km/s} = 115,000 \text{ km/s}$ ，距離 $d = v/H_0 = 53$ 億光年。
2. 宇宙年齡 = $1 / (65 \text{ km/s per Mpc}) = 3.09 \times 10^{19} / 65 = 4750 \times 10^{14}$ 秒或 150 億年。
由此可見，如果 H_0 值改變的話，我們算出宇宙的年齡也要跟隨修改。
4. 依據 Wien's law, $\lambda_{\max} = 0.0029 \text{ m} / 2.73 = 1.1 \text{ mm}$ (微波範圍)。
5. 那時的宇宙半徑比現在小 $0.5 + 1 = 1.5$ 倍，即是半徑 = $137 / 1.5 \approx 90$ 億光年。
8. 很可能宇宙存着大量“暗能量”(dark energy) 令宇宙正在加速膨脹。
12. 因為紅移反影那時宇宙的大小和年齡。
13. 在堂上解答。
14. 參考學會討論區：宇宙有多大？ <http://forum.hkas.org.hk/viewthread.php?tid=5662&extra=page%3D1>